

Valószínűségszámítás gyakorlat

1. zárthelyi dolgozat (minta)

1. Az 52 lapos franciakártya pakliban 13 treff lap van. A paklit négy egyenlő részre osztjuk a négy játékos részére, úgy, hogy az összes lapot megkeverjük (minden sorrend egyformán valószínű), majd a felső tizenhárom lapot az első játékos, a második tizenhármat a második játékos kapja, és így tovább.

(a) Mennyi a valószínűsége, hogy az első játékosnak pontosan három treff lap jut? (6 pont)

(b) Jelölje X az olyan játékosok számát, akiknek jutott treff lap, Y pedig az olyan játékosok számát, akiknek pontosan 3 treff lap jutott. Számítsuk ki $X + Y$ várható értékét. (6 pont)

2. Tegyük fel, hogy egy véletlenszerűen választott férfi testmagassága 182 cm várható értékű és 7 szórású normális eloszlású valószínűségi változó, míg egy véletlenszerűen választott nő testmagassága 170 cm várható értékű és 5 szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Tegyük fel továbbá, hogy egy egyetemi csoport 20 férfi és 10 nő hallgatóból áll.

(a) Mennyi a valószínűsége, hogy a csoportból egy embert véletlenszerűen (mindenkit azonos valószínűséggel) választva az illető legalább 190 cm magas? (6 pont)

(b) Feltéve, hogy tudjuk, hogy a kiválasztott ember legalább 190 cm magas, mennyi a valószínűsége, hogy az illető férfi? (6 pont)

3. X és Y független, 3-paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változók. Adjuk meg $X - Y$ sűrűségfüggvényét! (14 pont)

4. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1; \\ c - x, & 1 < x \leq 2; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

(a) Mennyi a c értéke? (4 pont)

(b) Adjuk meg a $\mathbb{P}(0,5 \leq X \leq 1,5)$ valószínűséget. (3 pont)

(c) Adjuk meg X várható értékét! (3 pont)

5. Egy étteremben tízféle főételből lehet választani. Egy húszfős társaság minden tagja véletlenszerűen választ egy ételt, egymástól függetlenül, mind a tizet azonos valószínűséggel választva.

a) Mennyi a valószínűsége, hogy a szakácsnak minden ételből kell készítenie? (8 pont)

b) Legyen X az, hogy hányféle ételt választott összesen ez a húsz vendég. Mennyi X várható értéke? (4 pont)