

# Valószínűségszámítás gyakorlat

## (2. hét) Geometriai valószínűség, Poincaré-formula, feltételes valószínűség

**1. Feladat.** Kettétörünk egy 1 m hosszú botot. Jelölje  $X$  a nagyobb rész hosszát és  $Y$  a rövidebbét. Mennyi  $\mathbb{P}(X < x)$  és  $\mathbb{P}(Y < x)$ ?

**2. Feladat.** Egy egységnyi hosszúságú szakaszt két találmra választott pontjával három részre osztunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkezett szakaszokból szerkeszthető háromszög?

**3. Feladat.** Egy kislíú Kinder-figurákat gyűjt. Tízféle Kinder-figura van, a tojásokban a többtől függetlenül mindegyik azonos valószínűséggel található. Mennyi a valószínűsége, hogy 20 Kinder-tojás felbontása után mind a tíz figurából lesz legalább egy példánya?

**4. Feladat.** Egy tízeleletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Mindenki a többiektől függetlenül  $1/10$  eséllyel száll ki az egyes emeleteken. Mennyi a valószínűsége, hogy minden emeleten megáll a lift?

**5. Feladat.**  $n$  dobozba elhelyezünk  $n$  golyót (egy dobozba akárhány golyó kerülhet, és minden lehetőség egyformán valószínű). Mennyi a valószínűsége, hogy nem lesz üres doboz? Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan egy üres doboz lesz?

**6. Feladat.** Mennyi a valószínűsége, hogy két kockadobásnál mind a két dobás 6-os, feltéve, hogy tudjuk, hogy legalább az egyik dobás 6-os?

**7. Feladat.** Mennyi annak a valószínűsége, hogy három kockadobásból van legalább egy hatos, feltéve, hogy különböző számokat dobtunk?

**8. Feladat.** Ákos feldob egy érmét ötvenszer, Bálint ötvenegyszer. Mennyi a valószínűsége, hogy Bálint több fejet dob, mint Ákos?

**9. Feladat.** Egy diák a vizsgán  $p$  valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel (az esélye, hogy eltalálja a helyes választ, ekkor  $\frac{1}{3}$ ). Mennyi a valószínűsége, hogy helyesen válaszol? Ha helyesen válaszolt, mennyi a valószínűsége, hogy tudta a helyes választ?

**10. Feladat.** Egy betegségben a lakosság 2%-a szenved. A betegség kimutatására szolgáló teszt beteg embereknél 95% valószínűséggel mutatja ki a betegséget, ugyanakkor az egészséges embereknél 1% valószínűséggel tévesen betegséget jelez.

(a) Egy véletlenszerűen választott embernél elvégezve a vizsgálatot, mennyi a valószínűsége, hogy a teszt betegséget jelez?

(b) Tamásnál elvégezték a tesztet, az eredmény szerint beteg. Mennyi a feltételes valószínűsége, hogy valóban beteg?

(c) Megismételték a vizsgálatot. Az újabb teszténél ismét betegséget jelzett a teszt. A két eredmény alapján mennyi a feltételes valószínűsége, hogy Tamás beteg? Itt feltehetjük, hogy annak valószínűsége, hogy egy ember vizsgálata esetén mindkétszer betegséget jelez a teszt, annak négyzete, hogy egy alkalommal betegséget mutat ki a teszt.

**11. Feladat.** Egy dobozban egy jó és egy rossz kábel van. A jó 95% valószínűséggel, a rossz 30% valószínűséggel működik minden kipróbálásnál függetlenül. Találmra kivesszük valamelyik kábelt (mindkettőt azonos valószínűséggel választva). Tízszer kipróbáltuk, ebből nyolcszor működött, kétszer nem. Mennyi a valószínűsége, hogy a jó kábelt vettük ki a dobozból?