

Valószínűségszámítás gyakorlat

(6. hét) Momentumok, kovariancia, korrelációs együttható

1. **Feladat.** Mennyi egy gamma eloszlású valószínűségi változó várható értéke?
2. **Feladat.** ξ standard normális eloszlású. Mennyi e^ξ várható értéke?
3. **Feladat.** Véletlenszerűen választunk egy pontot az $x^2 + y^2 < 1$ kör belsejében. Jelölje Z a távolságát a középponttól. Adjuk meg Z eloszlás- és sűrűségfüggvényét, várható értékét és szórását!
4. **Feladat.** Legyen X sűrűségfüggvénye $\frac{c}{x^4}$ ha $x > 1$, és 0 különben.
 - a) Mennyi c értéke?
 - b) Számítsuk ki X momentumait minden olyan $k \geq 1$ -re, melyre ez véges.
 - c) Mennyi X szórása?
5. **Feladat.** Legyen X egyenletes eloszlású az $[1, 4]$ intervallumon. Számítsuk ki $(X - 1)^2$ várható értékét!
6. **Feladat.** Egy osztályba 16 fiú és 20 lány jár. Tegyük fel, hogy minden tanítási napon egymástól függetlenül a fiúk 0,04, a lányok 0,05 valószínűséggel hiányoznak. Legyen X a jövő hétfőn hiányzó fiúk, Y pedig a jövő hétfőn hiányzó lányok száma.
 - (a) Számítsuk ki az összes jövő hétfői hiányzó, vagyis $X + Y$ várható értékét.
 - (b) Számítsuk ki X , Y és $X + Y$ szórását.
 - (c) Mennyi X és Y kovarianciája?
 - (d) Mennyi X és $X + Y$ kovarianciája?
 - (e) Mennyi X és $X + Y$ korrelációs együtthatója?
7. **Feladat.** Legyenek X és Y független Poisson-eloszlású valószínűségi változók, X várható értéke 4, Y várható értéke pedig 10.
 - (a) Mennyi $X + Y$ várható értéke?
 - (b) Mennyi $X + Y$ szórása?
 - (c) Mennyi X és $X + Y$ korrelációs együtthatója?
 - (d) Mennyi $2X + 3Y$ és $X - Y$ kovarianciája?
 - (e) Mennyi $2X - Y$ szórása?
8. **Feladat.** Egy cukrászdában a naponta fagylatozók számáról azt tudjuk, hogy a kis adagot kérők száma (ez legyen X), Poisson-eloszlású 50 paraméterrel, a nagy adagot kérők száma Poisson-eloszlású 150 paraméterrel (ez legyen Y), és hogy X és Y függetlenek. A kis adag ára 300 forint, a nagyé 500.
 1. Mennyi a napi bevétel várható értéke, illetve szórása?
 2. Számítsuk ki X -nek és napi bevételnek a korrelációs együtthatóját.
9. **Feladat.** Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk. Legyen X a dobások összege, Y a különbségük. Számítsuk ki $\text{cov}(X, Y)$ -t és $R(X, Y)$ -t! Független-e X és Y ? Számítsuk ki $R(X + Y, 2X - Y)$ -t is.