

Valószínűségszámítás zh.

- 1) Dénes a hétvégi programját tervezte. Azt mondta, hogy napos idő esetén 0,9, borús idő esetén 0,7, esős idő esetén 0,2 valószínűséggel megy biciklizni. Az időjárás-előrejelzés szerint a napos idő valószínűsége 0,6, a borúsé pedig 0,2. Feltéve, hogy Dénes biciklizni ment a hétvégén, mennyi a valószínűsége, hogy megázott? (10 pont)
- 2) 18 testvérpár áll be egy közös sorba, amelyben a sorrend teljesen véletlenszerűen alakul ki. Várhatóan hány testvérpár tagjai fognak egymás után állni? (12 pont)
- 3) Legyen $B = \liminf A_n$, $C = \limsup A_n$, ahol A_n – ek az X alaphalmaz részhalmazai. Bizonyítsa be, hogy

$$\chi_{\{B\}}(x) = \liminf(\chi_{\{A_n\}}(x)), \chi_{\{C\}}(x) = \limsup(\chi_{\{A_n\}}(x)) \forall x \in X,$$

ahol $\chi_{\{D\}}$ a D halmaz indikátor függvénye! (12 pont)

- 4) Az 52 lapos franciakártya pakliban 13 káró lap van. A paklit négy egyenlő részre osztjuk a négy játékos részére, úgy, hogy az összes lapot megkeverjük (minden sorrend egyformán valószínű), majd a felső tizenhárom lapot az első játékos, a második tizenháromat a második játékos kapja, és így tovább.
- (a) Mennyi a valószínűsége, hogy az első játékosnak pontosan hat káró lap jut? (6 pont)
- (b) Jelölje X az olyan játékosok számát, akiknek jutott káró lap, Y pedig az olyan játékosok számát, akiknek pontosan 6 káró lap jutott. Számítsuk ki $X - Y$ várható értékét. (6 pont)
- 5) Egy étteremben tízféle főételből lehet választani. Egy húszfős társaság minden tagja véletlenszerűen választ egy ételt, egymástól függetlenül, mind a tizet azonos valószínűséggel választva.
- a) Mennyi a valószínűsége, hogy a szakácsnak minden ételből kell készítenie? (8 pont)
- b) Legyen X az, hogy hányféle ételt választott összesen ez a húsz vendég. Mennyi X várható értéke? (4 pont)

Valószínűségszámítás zh.

- 1) 15 házaspár áll be egy közös sorba, amelyben a sorrend teljesen véletlenszerűen alakul ki. Várhatóan hány házaspár tagjai fognak egymás után állni? (12 pont)
- 2) Egy étteremben húszféle főételből lehet választani. Egy negyvenfős társaság minden tagja véletlenszerűen választ egy ételt, egymástól függetlenül, mind a húszat azonos valószínűséggel választva.
- a) Mennyi a valószínűsége, hogy a szakácsnak minden ételből kell készítenie? (8 pont)
- b) Legyen X az, hogy hányféle ételt választott összesen ez a húsz vendég. Mennyi X várható értéke? (4 pont)
- 3) Dénes a hétvégi programját tervezte. Azt mondta, hogy napos idő esetén 0,8, borús idő esetén 0,7, esős idő esetén 0,2 valószínűséggel megy biciklizni. Az időjárás-előrejelzés szerint a napos idő valószínűsége 0,6, a borúsé pedig 0,2. Feltéve, hogy Dénes biciklizni ment a hétvégén, mennyi a valószínűsége, hogy megázott? (10 pont)
- 4) Legyen $B = \liminf A_n, C = \limsup A_n$, ahol A_n – ek az X alaphalmaz részhalmazai. Bizonyítsa be, hogy
- $$\chi_{\{B\}}(x) = \liminf(\chi_{\{A_n\}}(x)), \chi_{\{C\}}(x) = \limsup(\chi_{\{A_n\}}(x)) \forall x \in X,$$
- ahol $\chi_{\{D\}}$ a D halmaz indikátor függvénye! (12 pont)
- 6) Az 52 lapos franciakártya pakliban 13 káró lap van. A paklit négy egyenlő részre osztjuk a négy játékos részére, úgy, hogy az összes lapot megkeverjük (minden sorrend egyformán valószínű), majd a felső tizenhárom lapot az első játékos, a második tizenháromat a második játékos kapja, és így tovább.
- (a) Mennyi a valószínűsége, hogy az első játékosnak pontosan hét pikk lap jut? (6 pont)
- (b) Jelölje X az olyan játékosok számát, akiknek jutott pikk lap, Y pedig az olyan játékosok számát, akiknek pontosan 7 pikk lap jutott. Számítsuk ki $X - Y$ várható értékét. (6 pont)

