

**Valószínűségszámítás és Statisztika vizsgázárthelyi 2017. január 25.**

Az I. és II. rész kérdéseinek mindegyikénél pontosan 1 válasz helyes. A válaszokat írja a kérdések utáni táblázatba!

**A szövegben bekarikázott válaszokat nem fogjuk elfogadni!**

**I. rész** (helyes válaszok: +2 pont, helytelen: -1 pont)

1.  $X_1, X_2, \dots$  független,  $N(3, 2^2)$  eloszlású valószínűségi változók.

a) Mennyi  $X_1 + 3X_2 - 4$  várható értéke?

A: 4	B: -2	C: 6	D: 8	E: 11	F: egyéb
------	-------	------	------	-------	----------

b) Milyen értéket vesz fel  $X_1$  eloszlásfüggvénye a 0 helyen? (a válasznál 2 tizedesjegyre kerekítettünk)

A: 0,07	B: 0,93	C: 0,00	D: 0,50	E: -0,07	F: egyéb
---------	---------	---------	---------	----------	----------

c) Milyen eloszlású  $(X_1 + X_2 + \dots + X_{10})/10$ ?

A: $N(3, 2^2)$	B: $N(3, 0,4)$	C: a 3 konstans	D: $N(0,3, 0,4)$	E: $N(3, 0,04)$	F: egyéb
----------------	----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------

d) Mennyi  $X_1$  és  $(-3X_1 + 5)$  korrelációja?

A: 1	B: -1	C: 36	D: $1 - \exp(-4)$	E: $\Phi(-3)$	F: egyéb
------	-------	-------	-------------------	---------------	----------

e) Mennyi  $X_1 - 3X_2$  szórásnégyzete?

A: 40	B: 16	C: -8	D: -32	E: 30	F: egyéb
-------	-------	-------	--------	-------	----------

2. Péter  $\frac{1}{4}$  valószínűséggel találja el a céltáblát egy lövésnél. Addig lő amíg el nem találja a céltáblát. Várhatóan hányszor kell lőnie?

A: 0,25	B: 1	C: 4	D: 2	E: 3	F: egyéb
---------	------	------	------	------	----------

3. Péter a valószínűségszámítás vizsgán minden kérdésnél  $\frac{1}{5}$  valószínűséggel tudja helyes választ. Amennyiben nem tudja a helyes választ, akkor tippel (6 lehetőség közül választhat).

a) 10 kérdéses tesztnél várhatóan hányszor jelöli be a helyes választ?

A: 10/3	B: 11/3	C: 2	D: 5/3	E: 0	F: egyéb
---------	---------	------	--------	------	----------

b) Az első kérdésre helyesen válaszolt. Mennyi a valószínűsége, hogy tudta a helyes választ?

A: 1/3	B: 3/5	C: 0	D: 1/5	E: 1/6	F: egyéb
--------	--------	------	--------	--------	----------

4. Az  $X$  valószínűségi változó egyenletes eloszlású a  $(2,4)$  intervallumon.

a) Milyen értéket vesz fel eloszlásfüggvénye a 0 helyen?

A: 0	B: 1	C: $\Phi(0)$	D: 0,5	E: $\Phi(0,5)$	F: egyéb
------	------	--------------	--------	----------------	----------

b) Mennyi a  $P(X=3)$  valószínűség?

A: 1	B: 0	C: $\Phi(1)$	D: $\Phi(-1)$	E: $\frac{1}{\sqrt{4\pi}} e^{-3}$	F: egyéb
------	------	--------------	---------------	-----------------------------------	----------

**II. rész**

5. Egy kísérletsorozatnál megfigyeléseink a következők: 3, 2, 2, 1. (a válaszoknál 2 tizedesjegyre kerekítettünk)

a) Mennyi a minta korrigált tapasztalati szórásnégyzete? (helyes válasz: +2 pont, helytelen: -1 pont)

A: 0,67	B: 6	C: 4,5	D: 2	E: 0,5	F: egyéb
---------	------	--------	------	--------	----------

b) Milyen értéket vesz fel a tapasztalati eloszlásfüggvény az **1,233** helyen? (helyes válasz: +2 pont, helytelen: -1 pont)

A: 1	B: 0,75	C: 0	D: 1,4	E: 0,25	F: egyéb
------	---------	------	--------	---------	----------

c) Feltételezzük, hogy megfigyeléseink azonos eloszlású geometriai (Pascal) eloszlásúak.

Mennyi a Pascal paraméter momentum módszer szerinti becslése? (helyes válasz: +2 pont, helytelen: -1 pont)

A: 1	B: 0,25	C: 0	D: 2	E: 0,5	F: egyéb
------	---------	------	------	--------	----------

6. Az informatikus hallgatók 2016-ban hetente átlagosan 1 liter tejet (átlagosan 200 Ft-ért), 2 liter bort (literenként 400 Ft-ért) és 10 korsó sört (korsónként 500 Ft-ért) ittak meg. 2017-re ezek az átlagos értékek a következők szerint változtak meg 1 liter tej (200 Ft/liter), 3 liter bor (500 Ft/liter) és 20 korsó sör (600 Ft/korsó). Határozza meg az ital fogyasztás 2016 és 2017 közötti Paasche-féle árindexét! (helyes válasz: +4 pont, helytelen: -2 pont)

A: 120	B: 190	C: 120,18	D: 190,28	E: 110	F: egyéb
--------	--------	-----------	-----------	--------	----------

7. Jancsi anyukájának nullhipotézise az, hogy fia éjszakánként 8 várható értékű exponenciális eloszlású ideig alszik. Az ellenhipotézis az, hogy az exponenciális eloszlás várható értéke 8-nál kisebb. A hipotézisről egyetlen éjszaka alváseredménye alapján akar dönten. Amennyiben a fia legalább 7 órát alszik, úgy elfogadja a nullhipotézist. Mekkora az elsőfajú hiba valószínűsége? (helyes válasz: +3 pont, helytelen: -2 pont)

A: $1 - e^{-7/8}$	B: $e^{-7/8}$	C: $e^{-8/7}$	D: $1 - e^{-8/7}$	E: 1/7	F: egyéb
-------------------	---------------	---------------	-------------------	--------	----------

8. 4-elemű  $N(m, 2^2)$  mintánk van ( $m$  ismeretlen paraméter). A megfigyelések átlaga 2,01, korrigált tapasztalati szórásnégyzete 2. A  $H_0: m=0$  hipotézist vizsgáljuk a  $H_1: m \neq 0$  ellenhipotézissel szemben. A következő eljárások közül pontosan 1 helyes. Melyik? (helyes válasz: +4 pont, helytelen: -2 pont)

A: t-próbát alkalmazunk és a 10%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist, miközben az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk.	B: t-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk a nullhipotézist.	C: U-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist.
D: U-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk a nullhipotézist.	E: U-próbát alkalmazunk és a 10 és 5%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist, miközben a 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk.	F: t-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist.

NÉV:

Kérdés	1/a	1/b	1/c	1/d	1/e	2.	3/a	3/b	4/a	4/b	5/a	5/b	5/c	6.	7.	8.
Válasz	D	A	B	B	A	C	A	B	A	B	A	E	E	C	A	E

**III. rész** A következő kérdéseket a kiadott lapokon dolgozza ki! Minden lapra írja rá nevét!

- Definiálja a következő fogalmakat: likelihood függvény, torzítatlan becslés, mintatér! /6 pont/
- Bizonyítsa be, hogy  $r=2$  ( $H_0: P(A) = p, P(\bar{A}) = 1 - p$ ) és  $n$  (megfigyelésszám) tart végtelenhez esetén a  $\chi^2$  statisztika közel  $\chi^2$  eloszlású, ha  $H_0$  teljesül! /8 pont/
- Mondja ki és bizonyítsa be a Bayes-formulát! /6 pont/
- Mondja ki és bizonyítsa be a Markov- és Csebisev-egyenlőtlenségeket! /7 pont/

**Osztályzás:** I. rész pontszáma legfeljebb 6 pont: elégtelen, II. rész pontszáma legfeljebb 3 pont: elégtelen, III. rész pontszáma legfeljebb 5 pont: jegy legfeljebb elégséges, Összpontszám legfeljebb 17 pont: elégtelen, Összpontszám legalább 38 pont: jeles

**Táblázatok**

**A t-(Student-)próba kritikus értékei**

f	0,1	0,05	0,02
	0,05	0,025	0,01
1	6,314	12,71	31,82
2	2,920	4,303	6,965
3	2,353	3,182	4,541
4	2,132	2,776	3,747
5	2,015	2,571	3,365
6	1,943	2,447	3,143
7	1,895	2,365	2,998
8	1,860	2,306	2,896
9	1,833	2,262	2,821
10	1,812	2,228	2,764
11	1,796	2,201	2,718
12	1,782	2,179	2,681
13	1,771	2,160	2,650
14	1,761	2,145	2,624
15	1,753	2,131	2,602
16	1,746	2,120	2,583
17	1,740	2,110	2,567
18	1,734	2,101	2,552
19	1,729	2,093	2,539
20	1,725	2,086	2,528

f	0,1	0,05	0,02
	0,05	0,025	0,01
21	1,721	2,080	2,518
22	1,717	2,074	2,508
23	1,714	2,069	2,500
24	1,711	2,064	2,492
25	1,708	2,060	2,485
26	1,706	2,056	2,479
27	1,703	2,052	2,473
28	1,701	2,048	2,467
29	1,699	2,045	2,462
30	1,697	2,042	2,457
40	1,684	2,021	2,423
50	1,676	2,009	2,403
60	1,671	2,000	2,390
70	1,667	1,994	2,381
80	1,664	1,990	2,374
90	1,662	1,987	2,369
100	1,660	1,984	2,364
200	1,653	1,972	2,345
500	1,648	1,965	2,334
$\infty$	1,645	1,960	2,326

Az eloszlás szabadságfoka  $f$ , az oszlopok felett a próba terjedelmét adtuk meg, a felső érték kétoldali, az alsó egyoldali ellenhipotézisre vonatkozik.

**A standard normális eloszlásfüggvény táblázata**

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,5000	0,45	0,6736	0,90	0,8159	1,35	0,9115	1,80	0,9641	2,50	0,9938
0,01	0,5040	0,46	0,6772	0,91	0,8186	1,36	0,9131	1,81	0,9649	2,52	0,9941
0,02	0,5080	0,47	0,6808	0,92	0,8212	1,37	0,9147	1,82	0,9656	2,54	0,9945
0,03	0,5120	0,48	0,6844	0,93	0,8238	1,38	0,9162	1,83	0,9664	2,56	0,9948
0,04	0,5160	0,49	0,6879	0,94	0,8264	1,39	0,9177	1,84	0,9671	2,58	0,9951
0,05	0,5199	0,50	0,6915	0,95	0,8289	1,40	0,9192	1,85	0,9678	2,60	0,9953
0,06	0,5239	0,51	0,6950	0,96	0,8315	1,41	0,9207	1,86	0,9686	2,62	0,9956
0,07	0,5279	0,52	0,6985	0,97	0,8340	1,42	0,9222	1,87	0,9693	2,64	0,9959
0,08	0,5319	0,53	0,7019	0,98	0,8365	1,43	0,9236	1,88	0,9699	2,66	0,9961
0,09	0,5359	0,54	0,7054	0,99	0,8389	1,44	0,9251	1,89	0,9706	2,68	0,9963
0,10	0,5398	0,55	0,7088	1,00	0,8413	1,45	0,9265	1,90	0,9713	2,70	0,9965
0,11	0,5438	0,56	0,7123	1,01	0,8438	1,46	0,9279	1,91	0,9719	2,72	0,9967
0,12	0,5478	0,57	0,7157	1,02	0,8461	1,47	0,9292	1,92	0,9726	2,74	0,9969
0,13	0,5517	0,58	0,7190	1,03	0,8485	1,48	0,9306	1,93	0,9732	2,76	0,9971
0,14	0,5557	0,59	0,7224	1,04	0,8508	1,49	0,9319	1,94	0,9738	2,78	0,9973
0,15	0,5596	0,60	0,7257	1,05	0,8531	1,50	0,9332	1,95	0,9744	2,80	0,9974
0,16	0,5636	0,61	0,7291	1,06	0,8554	1,51	0,9345	1,96	0,9750	2,82	0,9976
0,17	0,5675	0,62	0,7324	1,07	0,8577	1,52	0,9357	1,97	0,9756	2,84	0,9977
0,18	0,5714	0,63	0,7357	1,08	0,8599	1,53	0,9370	1,98	0,9761	2,86	0,9979
0,19	0,5753	0,64	0,7389	1,09	0,8621	1,54	0,9382	1,99	0,9767	2,88	0,9980
0,20	0,5793	0,65	0,7422	1,10	0,8643	1,55	0,9394	2,00	0,9772	2,90	0,9981
0,21	0,5832	0,66	0,7454	1,11	0,8665	1,56	0,9406	2,02	0,9783	2,92	0,9983
0,22	0,5871	0,67	0,7486	1,12	0,8686	1,57	0,9418	2,04	0,9793	2,94	0,9984
0,23	0,5910	0,68	0,7517	1,13	0,8708	1,58	0,9429	2,06	0,9803	2,96	0,9985
0,24	0,5948	0,69	0,7549	1,14	0,8729	1,59	0,9441	2,08	0,9812	2,98	0,9986
0,25	0,5987	0,70	0,7580	1,15	0,8749	1,60	0,9452	2,10	0,9821	3,00	0,9987
0,26	0,6026	0,71	0,7611	1,16	0,8770	1,61	0,9463	2,12	0,9830	3,20	0,9993
0,27	0,6064	0,72	0,7642	1,17	0,8790	1,62	0,9474	2,14	0,9838	3,40	0,9996
0,28	0,6103	0,73	0,7673	1,18	0,8810	1,63	0,9484	2,16	0,9846	3,60	0,9998
0,29	0,6141	0,74	0,7704	1,19	0,8830	1,64	0,9495	2,18	0,9854	3,80	0,9999
0,30	0,6179	0,75	0,7734	1,20	0,8849	1,65	0,9505	2,20	0,9861		
0,31	0,6217	0,76	0,7764	1,21	0,8869	1,66	0,9515	2,22	0,9868		
0,32	0,6255	0,77	0,7794	1,22	0,8888	1,67	0,9525	2,24	0,9875		
0,33	0,6293	0,78	0,7823	1,23	0,8907	1,68	0,9535	2,26	0,9881		
0,34	0,6331	0,79	0,7852	1,24	0,8925	1,69	0,9545	2,28	0,9887		
0,35	0,6368	0,80	0,7881	1,25	0,8944	1,70	0,9554	2,30	0,9893		
0,36	0,6406	0,81	0,7910	1,26	0,8962	1,71	0,9564	2,32	0,9898		
0,37	0,6443	0,82	0,7939	1,27	0,8980	1,72	0,9573	2,34	0,9904		
0,38	0,6480	0,83	0,7967	1,28	0,8997	1,73	0,9582	2,36	0,9909		
0,39	0,6517	0,84	0,7995	1,29	0,9015	1,74	0,9591	2,38	0,9913		
0,40	0,6554	0,85	0,8023	1,30	0,9032	1,75	0,9599	2,40	0,9918		
0,41	0,6591	0,86	0,8051	1,31	0,9049	1,76	0,9608	2,42	0,9922		
0,42	0,6628	0,87	0,8079	1,32	0,9066	1,77	0,9616	2,44	0,9927		
0,43	0,6664	0,88	0,8106	1,33	0,9082	1,78	0,9625	2,46	0,9931		
0,44	0,6700	0,89	0,8133	1,34	0,9099	1,79	0,9633	2,48	0,9934		

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt,$$

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

**Valószínűségszámítás és Statisztika Vizsgázárthelyi 2017. január 25.**

Az I. és II. rész kérdéseinek mindegyikénél pontosan 1 válasz helyes. A válaszokat írja a kérdések utáni táblázatba!

**A szövegben bekarikázott válaszokat nem fogjuk elfogadni!**

**I. rész** (helyes válaszok: +2 pont, helytelen: -1 pont)

1.  $X_1, X_2, \dots$  független,  $N(4, 2^2)$  eloszlású valószínűségi változók.

a) Mennyi  $X_1 + 3X_2 - 5$  várható értéke?

A: 4	B: -2	C: 6	D: 8	E: 11	F: egyéb
------	-------	------	------	-------	----------

b) Milyen értéket vesz fel  $X_1$  eloszlásfüggvénye a 0 helyen? (a válasznál 2 tizedesjegyre kerekítettünk)

A: 0,07	B: 0,98	C: 0,02	D: 0,50	E: -0,02	F: egyéb
---------	---------	---------	---------	----------	----------

c) Milyen eloszlású  $(X_1 + X_2 + \dots + X_{10})/10$ ?

A: $N(4, 0,4)$	B: $N(4, 4)$	C: a 4 konstans	D: $N(0,4, 0,4)$	E: $N(4, 0,04)$	F: egyéb
----------------	--------------	-----------------	------------------	-----------------	----------

d) Mennyi  $X_1$  és  $(-3X_1 + 5)$  korrelációja?

A: -1	B: 1	C: 36	D: $1 - \exp(-4)$	E: $\Phi(-4)$	F: egyéb
-------	------	-------	-------------------	---------------	----------

e) Mennyi  $X_1 - 3X_2$  szórásnégyzete?

A: 16	B: 40	C: -8	D: -32	E: 30	F: egyéb
-------	-------	-------	--------	-------	----------

2. Péter  $\frac{1}{4}$  valószínűséggel találja el a céltáblát egy lövésnél. Addig lő amíg el nem találja a céltáblát. Várhatóan hányszor kell lőnie?

A: 4	B: 1	C: 0,25	D: 2	E: 3	F: egyéb
------	------	---------	------	------	----------

3. Péter a valószínűségszámítás vizsgán minden kérdésnél  $\frac{1}{5}$  valószínűséggel tudja helyes választ. Amennyiben nem tudja a helyes választ, akkor tippel (6 lehetőség közül választhat).

a) 10 kérdéses tesztnél várhatóan hányszor jelöli be a helyes választ?

A: 11/3	B: 10/3	C: 2	D: 5/3	E: 0	F: egyéb
---------	---------	------	--------	------	----------

b) Az első kérdésre helyesen válaszolt. Mennyi a valószínűsége, hogy tudta a helyes választ?

A: 3/5	B: 1/3	C: 0	D: 1/5	E: 1/6	F: egyéb
--------	--------	------	--------	--------	----------

4. Az  $X$  valószínűségi változó egyenletes eloszlású a  $(2,4)$  intervallumon.

a) Milyen értéket vesz fel eloszlásfüggvénye az 5 helyen?

A: 0	B: 1	C: $\Phi(0)$	D: 0,5	E: $\Phi(0,5)$	F: egyéb
------	------	--------------	--------	----------------	----------

b) Mennyi a  $P(X=3)$  valószínűség?

A: 0	B: 1	C: $\Phi(1)$	D: $\Phi(-1)$	E: $\frac{1}{\sqrt{4\pi}} e^{-3}$	F: egyéb
------	------	--------------	---------------	-----------------------------------	----------

**II. rész**

5. Egy kísérletsorozatnál megfigyeléseink a következők: 3, 2, 2, 1. (a válaszoknál 2 tizedesjegyre kerekítettünk)

a) Mennyi a minta korrigált tapasztalati szórásnégyzete? (helyes válasz: +2 pont, helytelen: -1 pont)

A: 6	B: 0,67	C: 4,5	D: 2	E: 0,5	F: egyéb
------	---------	--------	------	--------	----------

b) Milyen értéket vesz fel a tapasztalati eloszlásfüggvény az **2,233** helyen? (helyes válasz: +2 pont, helytelen: -1 pont)

A: 1	B: 0,75	C: 0	D: 1,4	E: 0,25	F: egyéb
------	---------	------	--------	---------	----------

c) Feltételezzük, hogy megfigyeléseink azonos eloszlású geometriai (Pascal) eloszlásúak.

Mennyi a Pascal paraméter momentum módszer szerinti becslése? (helyes válasz: +2 pont, helytelen: -1 pont)

A: 1	B: 0,25	C: 0	D: 0,5	E: 2	F: egyéb
------	---------	------	--------	------	----------

6. Az informatikus hallgatók 2016-ban hetente átlagosan 1 liter tejet (átlagosan 200 Ft-ért), 2 liter bort (literenként 400 Ft-ért) és 10 korsó sört (korsónként 500 Ft-ért) ittak meg. 2017-re ezek az átlagos értékek a következők szerint változtak meg 1 liter tej (200 Ft/liter), 3 liter bor (500 Ft/liter) és 20 korsó sör (600 Ft/korsó). Határozza meg az italfogyasztás 2016 és 2017 közötti Paasche-féle mennyiségi indexét! (helyes válasz: +4 pont, helytelen: -2 pont)

A: 120	B: 190	C: 120,18	D: 190,28	E: 110	F: egyéb
--------	--------	-----------	-----------	--------	----------

7. Jancsi anyukájának nullhipotézise az, hogy fia éjszakánként 8 várható értékű exponenciális eloszlású ideig alszik. Az ellenhipotézis az, hogy az exponenciális eloszlás várható értéke 8-nál kisebb. A hipotézisről egyetlen éjszaka alváseredménye alapján akar döntenie. Amennyiben a fia legalább 7 órát alszik, úgy elfogadja a nullhipotézist. Mekkora az elsőfajú hiba valószínűsége? (helyes válasz: +3 pont, helytelen: -2 pont)

A: $1 - e^{-8/7}$	B: $e^{-7/8}$	C: $e^{-8/7}$	D: $1 - e^{-7/8}$	E: 1/7	F: egyéb
-------------------	---------------	---------------	-------------------	--------	----------

8. 4-elemű  $N(m, 2^2)$  mintánk van ( $m$  ismeretlen paraméter). A megfigyelések átlaga 2,01, korrigált tapasztalati szórásnégyzete 2. A  $H_0: m=0$  hipotézist vizsgáljuk a  $H_1: m \neq 0$  ellenhipotézissel szemben. A következő eljárások közül pontosan 1 helyes. Melyik? (helyes válasz: +4 pont, helytelen: -2 pont)

A: t-próbát alkalmazunk és a 10%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist, miközben az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk.	B: t-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk a nullhipotézist.	C: U-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist.
D: U-próbát alkalmazunk és a 10 és 5%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist, miközben a 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk.	E: U-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elfogadjuk a nullhipotézist.	F: t-próbát alkalmazunk és mind a 10%-os, mind az 5 és 2%-os elsőfajú hibavalószínűségű próbánál elutasítjuk a nullhipotézist.

NÉV:

Kérdés	1/a	1/b	1/c	1/d	1/e	2.	3/a	3/b	4/a	4/b	5/a	5/b	5/c	6.	7.	8.
Válasz	E	C	A	A	B	A	B	A	B	A	B	B	D	D	D	D

**III. rész** A következő kérdéseket a kiadott lapokon dolgozza ki! Minden lapra írja rá nevét!

- Definiálja a következő fogalmakat: likelihood függvény, torzítatlan becslés, mintatér! /6 pont/
- Bizonyítsa be, hogy  $r=2$  ( $H_0: P(A) = p, P(\bar{A}) = 1 - p$ ) és  $n$  (megfigyelésszám) tart végtelenhez esetén a  $\chi^2$  statisztika közel  $\chi^2$  eloszlású, ha  $H_0$  teljesül! /8 pont/
- Mondja ki és bizonyítsa be a Bayes-formulát! /6 pont/
- Mondja ki és bizonyítsa be a Markov- és Csebisev-egyenlőtlenségeket! /7 pont/

**Ösztályzás:** I. rész pontszáma legfeljebb 6 pont: elégtelen, II. rész pontszáma legfeljebb 3 pont: elégtelen, III. rész pontszáma legfeljebb 5 pont: jegy legfeljebb elégséges, Összpontszám legfeljebb 17 pont: elégtelen, Összpontszám legalább 38 pont: jeles

**Táblázatok**

**A t-(Student-)próba kritikus értékei**

f	0,1	0,05	0,02
	0,05	0,025	0,01
1	6,314	12,71	31,82
2	2,920	4,303	6,965
3	2,353	3,182	4,541
4	2,132	2,776	3,747
5	2,015	2,571	3,365
6	1,943	2,447	3,143
7	1,895	2,365	2,998
8	1,860	2,306	2,896
9	1,833	2,262	2,821
10	1,812	2,228	2,764
11	1,796	2,201	2,718
12	1,782	2,179	2,681
13	1,771	2,160	2,650
14	1,761	2,145	2,624
15	1,753	2,131	2,602
16	1,746	2,120	2,583
17	1,740	2,110	2,567
18	1,734	2,101	2,552
19	1,729	2,093	2,539
20	1,725	2,086	2,528

f	0,1	0,05	0,02
	0,05	0,025	0,01
21	1,721	2,080	2,518
22	1,717	2,074	2,508
23	1,714	2,069	2,500
24	1,711	2,064	2,492
25	1,708	2,060	2,485
26	1,706	2,056	2,479
27	1,703	2,052	2,473
28	1,701	2,048	2,467
29	1,699	2,045	2,462
30	1,697	2,042	2,457
40	1,684	2,021	2,423
50	1,676	2,009	2,403
60	1,671	2,000	2,390
70	1,667	1,994	2,381
80	1,664	1,990	2,374
90	1,662	1,987	2,369
100	1,660	1,984	2,364
200	1,653	1,972	2,345
500	1,648	1,965	2,334
$\infty$	1,645	1,960	2,326

Az eloszlás szabadságfoka  $f$ , az oszlopok felett a próba terjedelmét adtuk meg, a felső érték kétoldali, az alsó egyoldali ellenhipotézisre vonatkozik.

**A standard normális eloszlásfüggvény táblázata**

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,5000	0,45	0,6736	0,90	0,8159	1,35	0,9115	1,80	0,9641	2,50	0,9938
0,01	0,5040	0,46	0,6772	0,91	0,8186	1,36	0,9131	1,81	0,9649	2,52	0,9941
0,02	0,5080	0,47	0,6808	0,92	0,8212	1,37	0,9147	1,82	0,9656	2,54	0,9945
0,03	0,5120	0,48	0,6844	0,93	0,8238	1,38	0,9162	1,83	0,9664	2,56	0,9948
0,04	0,5160	0,49	0,6879	0,94	0,8264	1,39	0,9177	1,84	0,9671	2,58	0,9951
0,05	0,5199	0,50	0,6915	0,95	0,8289	1,40	0,9192	1,85	0,9678	2,60	0,9953
0,06	0,5239	0,51	0,6950	0,96	0,8315	1,41	0,9207	1,86	0,9686	2,62	0,9956
0,07	0,5279	0,52	0,6985	0,97	0,8340	1,42	0,9222	1,87	0,9693	2,64	0,9959
0,08	0,5319	0,53	0,7019	0,98	0,8365	1,43	0,9236	1,88	0,9699	2,66	0,9961
0,09	0,5359	0,54	0,7054	0,99	0,8389	1,44	0,9251	1,89	0,9706	2,68	0,9963
0,10	0,5398	0,55	0,7088	1,00	0,8413	1,45	0,9265	1,90	0,9713	2,70	0,9965
0,11	0,5438	0,56	0,7123	1,01	0,8438	1,46	0,9279	1,91	0,9719	2,72	0,9967
0,12	0,5478	0,57	0,7157	1,02	0,8461	1,47	0,9292	1,92	0,9726	2,74	0,9969
0,13	0,5517	0,58	0,7190	1,03	0,8485	1,48	0,9306	1,93	0,9732	2,76	0,9971
0,14	0,5557	0,59	0,7224	1,04	0,8508	1,49	0,9319	1,94	0,9738	2,78	0,9973
0,15	0,5596	0,60	0,7257	1,05	0,8531	1,50	0,9332	1,95	0,9744	2,80	0,9974
0,16	0,5636	0,61	0,7291	1,06	0,8554	1,51	0,9345	1,96	0,9750	2,82	0,9976
0,17	0,5675	0,62	0,7324	1,07	0,8577	1,52	0,9357	1,97	0,9756	2,84	0,9977
0,18	0,5714	0,63	0,7357	1,08	0,8599	1,53	0,9370	1,98	0,9761	2,86	0,9979
0,19	0,5753	0,64	0,7389	1,09	0,8621	1,54	0,9382	1,99	0,9767	2,88	0,9980
0,20	0,5793	0,65	0,7422	1,10	0,8643	1,55	0,9394	2,00	0,9772	2,90	0,9981
0,21	0,5832	0,66	0,7454	1,11	0,8665	1,56	0,9406	2,02	0,9783	2,92	0,9983
0,22	0,5871	0,67	0,7486	1,12	0,8686	1,57	0,9418	2,04	0,9793	2,94	0,9984
0,23	0,5910	0,68	0,7517	1,13	0,8708	1,58	0,9429	2,06	0,9803	2,96	0,9985
0,24	0,5948	0,69	0,7549	1,14	0,8729	1,59	0,9441	2,08	0,9812	2,98	0,9986
0,25	0,5987	0,70	0,7580	1,15	0,8749	1,60	0,9452	2,10	0,9821	3,00	0,9987
0,26	0,6026	0,71	0,7611	1,16	0,8770	1,61	0,9463	2,12	0,9830	3,20	0,9993
0,27	0,6064	0,72	0,7642	1,17	0,8790	1,62	0,9474	2,14	0,9838	3,40	0,9996
0,28	0,6103	0,73	0,7673	1,18	0,8810	1,63	0,9484	2,16	0,9846	3,60	0,9998
0,29	0,6141	0,74	0,7704	1,19	0,8830	1,64	0,9495	2,18	0,9854	3,80	0,9999
0,30	0,6179	0,75	0,7734	1,20	0,8849	1,65	0,9505	2,20	0,9861		
0,31	0,6217	0,76	0,7764	1,21	0,8869	1,66	0,9515	2,22	0,9868		
0,32	0,6255	0,77	0,7794	1,22	0,8888	1,67	0,9525	2,24	0,9875		
0,33	0,6293	0,78	0,7823	1,23	0,8907	1,68	0,9535	2,26	0,9881		
0,34	0,6331	0,79	0,7852	1,24	0,8925	1,69	0,9545	2,28	0,9887		
0,35	0,6368	0,80	0,7881	1,25	0,8944	1,70	0,9554	2,30	0,9893		
0,36	0,6406	0,81	0,7910	1,26	0,8962	1,71	0,9564	2,32	0,9898		
0,37	0,6443	0,82	0,7939	1,27	0,8980	1,72	0,9573	2,34	0,9904		
0,38	0,6480	0,83	0,7967	1,28	0,8997	1,73	0,9582	2,36	0,9909		
0,39	0,6517	0,84	0,7995	1,29	0,9015	1,74	0,9591	2,38	0,9913		
0,40	0,6554	0,85	0,8023	1,30	0,9032	1,75	0,9599	2,40	0,9918		
0,41	0,6591	0,86	0,8051	1,31	0,9049	1,76	0,9608	2,42	0,9922		
0,42	0,6628	0,87	0,8079	1,32	0,9066	1,77	0,9616	2,44	0,9927		
0,43	0,6664	0,88	0,8106	1,33	0,9082	1,78	0,9625	2,46	0,9931		
0,44	0,6700	0,89	0,8133	1,34	0,9099	1,79	0,9633	2,48	0,9934		

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt,$$

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

