

Valószínűségszámítás zárthelyi (minta)
A szakirány

I. rész Az alábbi kérdések mindegyikénél pontosan 1 válasz helyes. Kérdésenként a helyes válasz +2 pont, a rossz válasz -1 pont.

A válaszokat írja a kérdések utáni táblázatba! **A szövegben bekarikázott válaszokat nem fogjuk elfogadni!**

Figyelem! A kérdések nem feltétlenül nehézségi sorrendben követik egymást.

1. A Dezinformatikai Kar II. évfolyamán 25 lány és 75 fiú tanul. Január 15-én 10-en vizsgáznak. Mennyi a valószínűsége, hogy a 10 vizsgázóból pontosan 3 lány?

A: $\frac{\binom{25}{3}\binom{75}{7}}{\binom{100}{10}}$	B: $\frac{\binom{25}{7}\binom{75}{3}}{\binom{100}{10}}$	C: $\frac{\binom{25}{3}\binom{50}{7}}{\binom{75}{10}}$	D: $\frac{\binom{25}{7}\binom{50}{3}}{\binom{75}{10}}$	E: $\frac{\binom{75}{35}\binom{40}{40}}{\binom{125}{75}}$	F: $\frac{\binom{75}{40}\binom{35}{35}}{\binom{125}{75}}$
---	---	--	--	---	---

2. (Az 1. példa folytatása) Várhatóan hány lány vizsgázik január 15-én?

A: 2,5	B: 7,5	C: 20/3	D: 10/3	E: 30	F: 45
--------	--------	---------	---------	-------	-------

3. A_1 és A_2 független események, melyek valószínűsége $1/3-1/3$. Mennyi $D^2(\chi_{A_1} - \chi_{A_2})$? (χ_A az A esemény indikátor valószínűségi változója)

A: 4/9	B: 1/9	C: 0	D: egyéb	E: 4/81	F: 2/3
--------	--------	------	----------	---------	--------

4. Bretvániában az egy tevehajcsár által egy évben eltaposott védett skorpiók száma 3 várható értékű Poisson eloszlású. Büntetése az eltaposott skorpiók számának négyzetével egyezik meg (dollárban). Várhatóan hány dollár büntetést fizet egy tevehajcsár?

A: 9	B: e^{-6}	C: 12	D: $9e^{-3}/2$	E: 6	F: 3
------	-------------	-------	----------------	------	------

5. $P(X=2)=1/3$, $P(X=4)=2/3$. Mennyi az X generátorfüggvényének értéke a 0 helyen?

A: 1	B: egyéb	C: 2	D: 1/3	E: $1+z/3$	F: 0
------	----------	------	--------	------------	------

6. A $[0,1] \times [0,1]$ egységnégyzetből választunk ki egy pontot. Mennyi a valószínűsége, hogy a pont 0,2-nél közelebb lesz az x tengelyhez (geometriai valószínűségi mező)?

A: 0,6	B: 0,36	C: 0,4	D: 0,16	E: 0,2	F: 0,8
--------	---------	--------	---------	--------	--------

7. Egy hangya a számegyenesen bolyong 5-ből indulva. Minden lépésnél $1/2$ valószínűséggel jobbra és $1/2$ valószínűséggel balra lép egyet egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy előbb ér 20-ba, mint 0-ba?

A: 1/5	B: 4/5	C: 2/3	D: 3/4	E: $1/4$	F: 1/3
--------	--------	--------	--------	----------	--------

8. Polinziában a Briba vulkán kitörésének magassága 2 várható értékű exponenciális eloszlású valószínűségi változó (kmben mérve). Mennyi a valószínűsége, hogy a vulkán következő kitörése legalább 1 km magas lesz?

A: $e^{-1/2}$	B: $1 - e^{-1/2}$	C: $2e^{-2}$	D: egyéb	E: $0,5e^{-1/2}$	F: 1/2
---------------	-------------------	--------------	----------	------------------	--------

9. Mihez tart $P(X_1+X_2+\dots+X_n > 4n)$, ha X_1, X_2, \dots független, a $[4,6]$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változók és n tart végtelenhez?

A: $1/2$ -hez	B: 1-hez	C: végtelenhez	D: $\Phi(4)$ -hez	E: 0-hoz	F: semmihez
---------------	----------	----------------	-------------------	----------	-------------

10. X és Y függetlenek és normális eloszlásúak, $D^2(X)=9$, $D^2(Y)=16$, $E(X)=E(Y)=0$. Mi lesz X+Y eloszlása?

A: $N(0,25)$	B: 2 paraméterű exponenciális	C: 25 paraméterű Poisson	D: egyéb
--------------	-------------------------------	--------------------------	----------

11. Melyik az igaz állítás a következők közül?

- A: Minden valószínűségi változó abszolút folytonos eloszlású.
- B: Exponenciális eloszlású valószínűségi változó szórásnégyzete véges.
- C: Az eloszlásbeli konvergenciából következik az 1 valószínűségű.
- D: Normális eloszlású valószínűségi változó egy valószínűséggel pozitív.

12. Melyik a hamis állítás a következők közül?

- A: Minden korlátos valószínűségi változónak létezik várható értéke.
- B: Független és korlátos valószínűségi változók összegének szórásnégyzete a szórásnégyzetek összege.
- C: Egy sűrűségfüggvény integrálja a számegezesen 1.
- D: Minden eloszlásfüggvény 0-hoz tart plusz végtelenben.

13. $A_1, A_2 \dots$ független események és valószínűségeik összege véges. Mennyi $P(\bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k)$?

A: 1	B: 0,5	C: egyéb	D: 0	E: nem megállapítható
------	--------	----------	------	-----------------------

Név:

Kérdés	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
Válasz													

II. rész A következő kérdéseket külön lapokon dolgozza ki! Minden lapra írja rá nevét!

1. Definiálja az eloszlásbeli konvergenciát! /3 pont/
2. Lássza be a nagy számok gyenge törvényét! /9 pont/
3. Lássza be a Borel-Cantelli lemmákat! /12 pont/