

Valószínűségszámítás gyakorlat

2. zárthelyi dolgozat, 2022. május 11.

1. Anna és Béla a következő játékot játsszák: Anna dob egy szabályos dobókockával és felírja a füzetébe a dobott szám négyzetét, Béla pedig felírja a saját füzetébe ugyanezen dobott számnak a kettes alapú logaritmusát. Ezt nagyon sokszor megismétlik. Az i -edik kockadobás után Anna füzetébe írt szám legyen X_i , Béla füzetébe írt szám legyen Y_i . Mihez konvergál a következő kifejezés és milyen értelemben?

$$\frac{Y_1 + \dots + Y_n}{X_1 + \dots + X_n}$$

(15 pont)

2. Háromszor dobunk szabályos dobókockával. Jelölje X az első két szám összegét, Y a második és harmadik szám összegét.
- (a) Adjuk meg X és Y együttes eloszlását. Igaz-e, hogy X és Y függetlenek? (7 pont)
- (b) Határozzuk meg $X + Y$ és $2X - Y$ kovarianciáját és korrelációs együtthatóját. (8 pont)
3. Legyenek az X_1, X_2, \dots valószínűségi változók függetlenek, exponenciális eloszlásúak 2 paraméterrel. Milyen értelemben konvergensek az alábbi sorozatok, és mi a limeszük?
- (a) Határozza meg X_i negyedik momentumát! (8 pont)
- (b) Becsülje meg a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével a $P(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{1000}^2 > 1000)$ valószínűséget! (12 pont)
- (c) Mi lenne a becslés, ha normális közelítést alkalmazna? (10 pont)