

Valószínűségszámítás gyakorlat

(5. hét) Valószínűségi változók

1. Feladat. Legyenek az X diszkrét valószínűségi változó értékei $-2, 1, 3$, a következő valószínűségekkel:

$$P(-2) = 1/2, \quad P(1) = 1/3, \quad P(3) = 1/6.$$

Rajzolja fel az $F(x)$ eloszlásfüggvényt!

2. Feladat. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ c \cdot x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Mennyi c értéke? Mennyi annak valószínűsége, hogy X értéke $1/4$ és $1/2$ közé esik? Mennyi a valószínűsége, hogy $1/2$ és $3/4$ közé esik? Határozzuk meg X eloszlásfüggvényét.

3. Feladat. Tegyük fel, hogy a holnapi középhőmérséklet 6 várható értékű 2 szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet legfeljebb 10 fok? Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet 8 és 10 fok közé esik? Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet 0 és 12 fok közé esik?

4. Feladat. Mennyi garanciát adjunk, hogy termékeink legfeljebb 10% -át kelljen garanciaidőn belül javítani, ha a készülék élettartama 10 év várható értékű és 2 év szórású normális eloszlással közelíthető?

5. Feladat. Tegyük fel, hogy egy ember reakcióideje másodpercben mérve exponenciális eloszlású $\lambda = 2$ paraméterrel. Mennyi a valószínűsége, hogy

- (a) Határozzuk meg a reakcióidő eloszlás- és sűrűségfüggvényét.
- (b) a reakcióideje legalább $0,5$ másodperc;
- (c) a reakcióideje legalább 1 másodperc;
- (d) a reakcióideje 1 és 2 másodperc közé esik.
- (e) feltéve, hogy a reakcióideje legalább 1 másodperc, a reakcióidő legalább 2 másodperc;
- (f) Milyen t -re igaz, hogy a reakcióidő pontosan $1/2$ valószínűséggel lesz t -nél kisebb?

6. Feladat. A lovaskocsi felelősségbiztosítások kárainál dologi és személyi kártérítést nyújt a biztosító. A dologi kifizetések $\Gamma(\alpha, \lambda)$ eloszlásúak, a személyiek pedig $\Gamma(\beta, \lambda)$ eloszlásúak. Feltételezzük, hogy a két kifizetés független egymástól. Milyen eloszlású egy kár összkifizetése?

7. Feladat. Bublundia köztársaságban q -féle részvény van a tőzsdén. Ezek árfolyamai függetlenek egymástól. Egy év múlva az i -edik részvény eredeti árának X_i^2 -szeresét éri, ahol $X_i \sim N(0, 1)$, és egymástól függetlenek. Milyen eloszlású egy befektető portfóliójának értéke egy év múlva, ha most mindegyik részvénybe 1 petát fektetett?

8. Feladat. Milyen eloszlású két független $(0, 1)$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó összege?