

II.rész

Az alábbi kérdéseket külön lapon dolgozza ki!

- (1) Az óvodában Peti minden nap kap egy matricát. Összesen 7 fajta matrica van. Mennyi a valószínűsége, hogy a 15. napon kapja meg az utolsó fajtát? (6 p.)
- (2) Jelöljön X egy találmányra választott számot a $[0, 1]$ intervallumból. Számítsa ki X^2 sűrűségfüggvényét. (4 p.)
- (3) Legyen X_1, X_2, \dots, X_n ismeretlen $\lambda > 0$ paraméterű Poisson eloszlásból származó n -elemű minta. Számítsuk ki a mintában rejlő Fisher-féle információ mennyiségét! (8 p.)
- (4) Legyen X és Y független, azonos, exponenciális eloszlású. $E(\max(X, Y) | \min(X, Y)) = ?$ (8 p.)
- (5) Legyenek az X_1, \dots, X_n változók függetlenek, $E(X_n) = 0$, $D^2(X_n) = \sigma_n^2$, $S_n = X_1 + \dots + X_n$, $B_n^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2$. Mutassa meg, hogy $S_n^2 - B_n^2$ martingál az $\mathcal{F}_n = \sigma(X_1, \dots, X_n)$ σ -algebra sorozatra nézve. (10 p.)
- (6) A csavargyárban eddig n elemű, μ várható értékű és σ szórású minta alapján becsülték a μ paramétert. A gyártási módszer javítása után ehhez adódott egy m elemű, ugyancsak μ várható értékű, de $\sigma/2$ szórású minta is. Adjon maximum likelihood becslést μ -re a két minta egyesítése alapján, feltételezve, hogy mindkét esetben normális eloszlásúak a mintaelemek. (10 p.)
- (7) Minden hónapról azt jegyeztük fel, hogy csapadékos, átlagos vagy száraz volt-e. 1800 egymás utáni hónapból 900 párt készítettünk. A párok együttes eloszlása (gyakoriságtáblázata):

		második hónap		
		száraz	átlagos	nedves
első hó	száraz	120	100	80
	átlagos	90	110	100
	nedves	90	90	120

0.05 elsőfajú hibavalószínűség mellett vizsgálja azt a nullhipotézist, hogy az egymás utáni hónapok függetlenek. (8 p.)