

**Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszak matematika felvételi példasor**  
**2012.05.24.**

Tesztkérdések. Rossz válasz: -1 pont, minden egyes jó válasz 3 pont.

1. Az  $X$  és  $Y$  független 1 paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változók.

a) Mennyi  $X + 2Y$  várható értéke?

A: 3	B: -3	C: 5	D: más	E: -5	F: 2
------	-------	------	--------	-------	------

b) Mennyi  $X - 2Y$  szórásnégyzete?

A: 3	B: -3	C: 5	D: más	E: -5	F: 2
------	-------	------	--------	-------	------

c) Mennyi  $2X$  és  $X+3Y$  korrelációja?

A: 1	B: 1/3	C: 1/10	D: más	E: $2/\sqrt{10}$	F: $1/\sqrt{10}$
------	--------	---------	--------	------------------	------------------

d) Milyen valószínűséggel veszi fel a 2 értéket  $X+Y$ ?

A: 1	B: 1/2	C: 2	D: más	E: 0	F: 1/4
------	--------	------	--------	------	--------

2. Mennyi az  $\int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{2}} dx$  integrál értéke?

A: 5	B: végtelen	C: nem létezik	D: más	E: 0	F: -5
------	-------------	----------------	--------	------	-------

3. Mennyi az  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{2}} dx$  integrál értéke?

A: $n+5$	B: végtelen	C: nem létezik	D: más	E: $n+25$	F: $2n+25$
----------	-------------	----------------	--------	-----------	------------

4.  $X_n$   $n$  paraméterű Poisson eloszlású valószínűségi változó.

a) Míhez tart eloszlásban  $(X+X_5+\dots+X_n)/n$ , ha  $n$  tart végtelenhez?

A: nem konvergál	B: 0-hoz	C: 0,25-höz	D: más	E: $n$ -hez	F: 1-hoz
------------------	----------	-------------	--------	-------------	----------

b) Mi a határértéke  $P\left(\frac{X_n - n}{\sqrt{n}} < 0\right)$ -nek?

A: nincs határértéke	B: 0	C: 0,5	D: más	E: $\sqrt{3}/2$	F: 1
----------------------	------	--------	--------	-----------------	------

5. Két ládában vannak almánk. Az elsőben 10 rohadt és 30 jó, a másodikban 5 rohadt és 15 jó. Az elsőből átvesszünk a másodikba 20 almát. Mennyi a valószínűsége, hogy ezután a második dobozból egy almát választva az jó lesz?

A: 2/3	B: 7/8	C: 1/2	D: más	E: 1/4	F: 1/3
--------	--------	--------	--------	--------	--------

6.  $X$  karakterisztikus függvénye  $(e^{i/3} + 2/3)^3$ . Mennyi a valószínűsége, hogy 1-el egyenlő?

A: 4/9	B: 5/9	C: 0	D: más	E: ez nem is karakterisztikus függvény	F: $(\sin 2)/3$
--------	--------	------	--------	--	-----------------

7. Ákos és Bálint egy szabályos kockával dobnak. Ákos nyer, ha előbb jön ki hatos, mint kettes, hármas vagy négyes. Különbben Bálint nyer. Mennyi a valószínűsége, hogy Bálint nyer?

A: más	B: 1/2	C: 1/4	D: 1/3	E: 3/4	F: 2/3
--------	--------	--------	--------	--------	--------

8. Egy szabályos pénzérmével százszor dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a fejek és irások száma legfeljebb kétővel tér el egymástól?

A: $\binom{100}{50} \frac{1}{2^{100}}$	B: $\binom{100}{51} \frac{1}{2^{99}}$	C: $\binom{100}{50} \frac{1}{2^{99}}$	D: más	E: $\left(\binom{100}{50} + 2\binom{100}{51}\right) \frac{1}{2^{100}}$	F: 1/2
--	---------------------------------------	---------------------------------------	--------	--	--------

9. Négy házaspár tagjai sorakoznak fel a büfénél! Minden lehetséges sorrend egyformán valószínű. Mennyi az egymás mögé kerülő párok számának várható értéke?

A: 8/7	B: 1/4	C: 2/7	D: 0	E: más	F: 1
--------	--------	--------	------	--------	------

10. Egy kísérletsorozatnál megfigyeléseink a következők: 0, 1; 2; -1. Feltételezzük, hogy megfigyeléseink  $m$  és 1 paraméterű normális eloszlásúak.

a) Mennyi  $m$  maximum likelihood becslése?

A: 0	B: 2	C: 0,5	D: 1	E: -0,5	F: más
------	------	--------	------	---------	--------

b)  $A$   $H_0: m=0$  hipotézis ellenőrzésére alkalmazott valószínűségnyados próba elnevezése melyik a következők közül?

A: U-próba	B: t-próba	C: $\chi^2$ -próba	D: F-próba	E: Welch-próba	F: más
------------	------------	--------------------	------------	----------------	--------

c) Mi a tapasztalati eloszlásfüggvény értéke a 0 helyen?

A: 1/4	B: 1/2	C: 1/3	D: 4	E: 0	F: más
--------	--------	--------	------	------	--------

11. Egy dobókockával háromszor dobunk. Ha a három dobás azonos, elutasítjuk azt a nullhipotézist, hogy a kocka szabályos. Mennyi az elsőfajú hiba valószínűsége?

A: 1/216	B: 1/36	C: 35/36	D: 215/216	E: 1/8	F: egyéb
----------	---------	----------	------------	--------	----------

12. Egy tóban  $N$  hal van, számukat nem ismerjük. Első héten kihalásznak 500 halat és megjelöljük őket. A következő héten kihalásznak 1000-et és megszámolják a megjelölteket. 50-

et találhat. Mi  $N$  maximum likelihood becslése?

A: 10000    B: 1000    C: 5000    D: 20000    E: 500    F: egyéb

13. Melyik az igaz állítás a következők közül?

- A: A mintater mindig véges.
- B: Abszolút folytonos eloszlások esetében nem alkalmazható a valószínűségnyados próba.
- C: A tapasztalati eloszlásfüggvény értékkészlete véges.
- D: Egy konzisztens becsléssorozat végteleenhez tart.

14. Melyik a hamis állítás a következők közül?

- A: Normális eloszlási valószínűségi változó harmadik momentuma véges.
- B: A karakterisztikus függvény az 1 helyen mindig 0.
- C: A martingálok várható értéke állandó.
- D: Bármely két valószínűségi változó korrelációja kisebb 3-nál.

Név (nyomatott betűkkel):

Tesztérdések megoldása:

1a	1b	1c	1d	2	3	4a	4b	5	6	7	8	9
10a	10b	10c	11	12	13	14						

A következő feladatokat külön lapon dolgozza ki!

1. Legyen  $X$  egyenletes eloszlású a  $(0,5)$  intervallumon. Határozza meg  $Y=X(X-2)$  sűrűségfüggvényét! (6 pont)

2. Egy dobozban 4 cédula van, rajtuk az 1, 3, 5, 7 és 9 számok. Addig húzunk visszatevéssel, amíg a kihúzott számok összege 3-nal osztható nem lesz. Várhatóan hányszor kell húznunk? (6 pont)

3. Az  $X_1, X_2, X_3, \dots$  valószínűségi változók függetlenek és  $P(X_i = 1) = p, P(X_i = -1) = q, 0 < p < 1, F_n = \sigma(X_1, \dots, X_n)$ . Mutassa meg, hogy  $(Y_n, F_n)$  martingál, ahol  $Y_n = \left(\frac{q}{p}\right)^{X_1 + \dots + X_n}$  ! (8 pont)

4. Adott az  $[1, d]$  intervallumon egyenletes eloszlású  $n$  elemű minta:  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ . Adjunk meg egy egydimenziós elégséges statisztikát! (6 pont)