

Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszak matematika felvételi példasor
2012.05.24.

Tesztkérdések Rossz válasz: -1 pont, minden egyes jó válasz 3 pont.

A válaszokat írja a kérdések utáni táblázatba! **A szövegben bekarikázott vagy jelzett válaszokat nem fogjuk elfogadni!**

1. Az X és Y független 2 paraméterű Poisson eloszlású valószínűségi változók.

a) Mennyi $X - Y$ várható értéke?

A: 4	B: 8	C: 0	D: más	E: nem létezik	F: 2
------	------	------	--------	----------------	------

b) Mennyi $X - Y$ szórtánsnégyzete?

A: 4	B: 8	C: 0	D: más	E: nem létezik	F: 2
------	------	------	--------	----------------	------

c) Mi $X+Y$ eloszlása?

A: 2 paraméterű Poisson	B: 4 paraméterű Poisson	C: Azonosan 0 Poisson	D: más paraméterű Poisson	E: $\sqrt{2}$ paraméterű Poisson	F: Azonosan 4 Poisson
-------------------------------	-------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	--	-----------------------------

d) Milyen értéket vesz fel X eloszlásfüggvénye az $1/2$ helyen?

A: 1	B: $1/2$	C: e^{-2}	D: más	E: 0	F: $e^{-1/2}$
------	----------	-------------	--------	------	---------------

2. X_1, \dots, X_5 független, 1 várható értékű és 5 szórtási normális eloszlásúak. Mi a valószínűsége, hogy átlaguk nagyobb 2-nél?

A: 0	B: $\Phi(1)$	C: $1 - \Phi(1)$	D: más	E: 0	F: $1 - \Phi(0,04)$
------	--------------	------------------	--------	------	---------------------

3. Egy dobozban 5 piros és 10 fehér golyó van.

a) 10-szer húzunk visszatevéssel. Várhatóan hányszor fordul elő, hogy a kihúzott golyó színe megegyezik az előzőével?

A: 5	B: 1	C: 50/9	D: más	E: 9	F: 4
------	------	---------	--------	------	------

b) 5-ször húzunk visszatevés nélkül. Mennyi a kihúzott piros golyók számának és a kihúzott fehér golyók számának korrelációját?

A: -1	B: 1	C: 0	D: más	E: 4/5	F: -4/5
-------	------	------	--------	--------	---------

c) Visszatevéssel húzunk addig, amíg pirosat nem húzunk. Várhatóan hányszor kell húzunk?

A: 1	B: 3	C: $1/3$	D: más	E: 2/3	F: 3/2
------	------	----------	--------	--------	--------

4. X eloszlásfüggvénye
$$\begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - \left(\frac{2}{2+x}\right)^3 & x > 0 \end{cases}$$

a) Mivel egyenlő EX ?

A: végtelen	B: 0	C: 2	D: más	E: 1	F: 3
-------------	------	------	--------	------	------

b) Mennyi a $P(1 < X < 4)$ valószínűség?

A: nem értelmezhető	B: 0	C: 0,5	D: más	E: 7/27	F: 1
---------------------	------	--------	--------	---------	------

5. Tegyük fel, hogy két szabályos kocka feldobásakor legalább az egyikén 6-ost kaptunk. Mi a valószínűsége, hogy mindkét kockán 6-os jött ki?

A: 1/6	B: 7/8	C: 1/2	D: más	E: 1/4	F: 1/11
--------	--------	--------	--------	--------	---------

6. Tegyük fel, hogy 5 érme közül 1 hamis, ennek mindkét oldalán fej van. Egy érmét véletlenszerűen kiválasztottunk és ezt 4-szer feldobtuk. Az eredmény mind a 4 alkalommal fej lett. Mi a valószínűsége, hogy a kiválasztott érme hamis?

A: 1/5	B: 4/5	C: 0	D: más	E: 1/2	F: 1/3
--------	--------	------	--------	--------	--------

7. Az X valószínűségi változó 1 várható értékű és 1 szórtású normális eloszlású. Mennyi X^2 várható értéke?

A: más	B: 0	C: 1	D: 3	E: 8	F: -1
--------	------	------	------	------	-------

8. Egy kísérlet sorozatnál megfigyeléseink a következők: 2; 1; 3; 4. Feltevézzük, hogy megfigyeléseink a paraméterű exponenciális eloszlásúak.

a) Mennyi a maximum likelihood becslése?

A: 2,5	B: 0,2	C: 0,4	D: 1	E: -0,5	F: más
--------	--------	--------	------	---------	--------

b) Mennyi a momentum módszer szerinti becslése?

A: 2,5	B: 0,2	C: 0,4	D: 1	E: -0,5	F: más
--------	--------	--------	------	---------	--------

c) Mi a tapasztalati eloszlásfüggvény értéke az 1,5 helyen?

A: 1/4	B: 1/2	C: 1/3	D: 4	E: 0	F: más
--------	--------	--------	------	------	--------

d) Mennyi a tapasztalati második momentum?

A: 6,25	B: 0,2	C: 0,4	D: 7,5	E: 1	F: más
---------	--------	--------	--------	------	--------

9. 10 ember vesz részt egy kísérletben. 4-4 pohár üdítőt kóstolnak meg. 3 pohárban CC üdítő van, 1 pohárban pedig AA. A kísérleti alanyoknak fel kell ismerniük az "egyedi" üdítőt. A nullhipotézis szerint az üdítőket nem lehet megkülönböztetni (azaz az "egyedi" AA üdítő felismerésének p valószínűsége $1/4$ -al egyenlő). Amennyiben legalább 4-en felismerik az AA üdítőt, úgy a nullhipotézist elutasítjuk.

a) Mennyi az elsőfajú hiba valószínűsége?

A: $\sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$	B: $1 - \sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$	C: $\sum_{i=3}^{10} \binom{10}{i} \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$
D: $\sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$	E: $\sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} \left(\frac{3}{4}\right)^i \left(\frac{1}{4}\right)^{10-i}$	F: más

b) Mennyi az erőfüggvény értéke a $p=0,7$ helyen?

A: $\sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} 0,7^i 0,3^{10-i}$	B: $\sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} 0,3^i 0,7^{10-i}$	C: $1 - \sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} 0,7^i 0,3^{10-i}$
D: $\sum_{i=4}^{10} \binom{10}{i} \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$	E: 0,7	F: más

10. Melyik az igaz állítás a következők közül?

- A: Normális eloszlást valószínűségi változók várható értéke mindig 0.
 B: Abszolút folytonos eloszlást várható értéke mindig létezik.
 C: Az eloszlásfüggvény mindig korlátos.
 D: Valószínűségi változók átlaga mindig a várható értékhez tart.

Név (nyomatott betűkkel):

Tesztértések megoldása:

Ia	Ib	Ic	Id	2	3a	3b	3c	4a	4b	5	6	7	8a	8b
8c	8d	9a	9b	10										

A következő feladatokat külön lapon dolgozza ki!

1. Legyen X 1 paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Határozza meg $Y=X^3$ sűrűségfüggvényét! (5 pont)

2. Egy dobozban 4 cédula van, rajtuk az 1, 3, 5 és 7 számok. Visszatevéssel húzunk. Konvergál-e 1 valószínűséggel a húzott számok mértani közepé? Amennyiben igen, akkor mihez? (7 pont)

3. 2 független kísérletet végzünk. A H_0 hipotézis szerint $P(X_i = 0) = 1/5$, $P(X_i = 1) = P(X_i = 2) = 1/5$, $i = 1, 2$. A H_1 hipotézis feltevése pedig $P(X_i = 0) = P(X_i = 1) = 1/4$, $P(X_i = 2) = 1/2$, $i = 1, 2$. $1/8$ elsőfajú hibavalószínűségű valószínűségnyados próbát alkalmazva mi lesz a döntésünk, ha első megfigyelésünk 1, a második pedig 2 volt? (6 pont)