

**Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszak matematika felvételi példasor  
2014.05.24.**

Tesztkérdések. Rossz válasz: -1 pont, minden egyes jó válasz 3 pont.

A válaszokat írja a kérdések utáni táblázatba! **A szövegben bekarikázott vagy jelzett válaszokat nem fogjuk elfogadni!**

1. Válassza ki az eloszlásokhoz a szórásnégyzetet!

a) Poisson ( $\lambda = 2$ )

b) Exponenciális ( $\lambda = 2$ )

A: 2	B: 12	C: 4	D: más	E: 1/8	F: 1/2	G: 1	H: 1/4	I: 8
------	-------	------	--------	--------	--------	------	--------	------

2. Legyenek  $X_1, X_2, X_3$  független standard normális eloszlásúak és  $Y = (3X_1 + X_2 - X_3)/5$ .

a) Mennyi  $Y$  várható értéke?

b) Mennyi  $Y$  szórásnégyzete?

c) Mennyi  $X_1$  és  $Y$  kovarianciája?

A: 0	B: 3/5	C: 9/5	D: más	E: 11/5	F: 11/25	G: 1	H: 1/5	I: 9/25
------	--------	--------	--------	---------	----------	------	--------	---------

3.  $X$  és  $Y$  függetlenek. Milyen valószínűséggel veszi fel az 1 értéket  $X+Y$ ?

a)  $X$  és  $Y$  Binom(10, 1/4) eloszlásúak

b)  $X$  és  $Y$  4 szabadságfokú  $\chi^2$ -eloszlásúak

A: $5e^{-5}$	B: $5(3/4)^{19}$	C: 0	D: más	E: $e^{-1/2}/(2^4 6!)$	F: 1/2
--------------	------------------	------	--------	------------------------	--------

4. Az  $X$  abszolút folytonos valószínűségi változó a  $[0, 1]$  intervallumból veszi fel az értékeit. Sűrűségfüggvénye ott  $f(t) = ct(1-t)$ , ahol  $c$  valós paraméter. Mennyi  $c$  értéke?

A: 1/5	B: ez nem lehet sűrűségfüggvény	C: 6	D: más	E: 4	F: 1
--------	---------------------------------	------	--------	------	------

5. Legyen  $X_n$  binomiális eloszlású  $n^2$  renddel és  $p$  paraméterrel ( $n = 1, 2, \dots$ ). Az  $X_n - n^2 p$  változót az alábbi mennyiségek közül melyikkel osztva kapunk normális határeloszlást, mikor  $n$  tart végtelenbe?

A: egyik esetben sem	B: $n^2$	C: $n$	D: $e^{-n}$	E: $\sqrt{n}$	F: $e^n$
----------------------	----------	--------	-------------	---------------	----------

6. Szabályos dobókockát dobálva, várhatóan hány dobás kell a második hatos megjelenéséhez?

A: végtelen	B: 12	C: 4	D: más	E: 6	F: 36
-------------	-------	------	--------	------	-------

7. Az  $m > 0$  ismeretlen paramétert akarjuk becsülni. A következő 4 becslés közül az egyik torzítatlan hatásos becslés. Melyik?

A: a becslés várható értéke 1, szórásnégyzete 0	B: a becslés várható értéke $m$ , szórásnégyzete $(m+1)^2$	C: a becslés várható értéke $m$ , szórásnégyzete $m$	D: a becslés várható értéke 0, szórásnégyzete $m$
---	--	--	---

8. Egy kísérletsorozatnál megfigyeléseink a következők: 0, 1, -1, 2. Feltételezzük, hogy megfigyeléseink  $N(m, 3^2)$  eloszlásúak. Mi az ismeretlen  $m$  paraméter maximum likelihood becslése?

A: 0,5	B: 0,25	C: 0,33	D: 2	E: 4	F: más
--------	---------	---------	------	------	--------

### 9. Mely állítás(ok) igaz(ak)?

A: Ha  $X$  eloszlásfüggvénye folytonos és szigorúan monoton, akkor  $F(X)$  egyenletes eloszlású.

B: Ha  $P(X < Y) > 0,9$ , akkor  $E(X) < E(Y)$ .

C: Ha  $X$  Poisson eloszlású, akkor  $E(X) = D^2(X)$ .

D: Független azonos eloszlású valószínűségi változók összegét mindig lehet úgy standardizálni, hogy standard normális határeloszlást kapjunk.

E: Tegyük fel, hogy  $X$  és  $Y$  korrelálatlanok. Ekkor  $D^2(X - Y) \leq D^2(X)$ .

F: A nagy számok törvénye miatt számíthatunk arra, hogy az eddig kevesebbszer kihúzott lottószámok a jövőben a többinél gyakrabban fognak kijönni.

**Név (nyomtatott betűkkel):**

### Tesztkérdések megoldása:

<b>1a</b>	<b>1b</b>	<b>2a</b>	<b>2b</b>	<b>2c</b>	<b>3a</b>	<b>3b</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

A következő feladatokat külön lapon dolgozza ki!

1. Legyenek  $X_1, X_2, \dots, X_n$  és  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  egymástól független  $\alpha$  illetve  $1/\alpha$  paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozza meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését! (7 pont)

2. A Dezinformatikai Kar HÖK elnöke nagyon fontosnak tartja népszerűségét. Amennyiben a hallgatók legfeljebb 50%-a utálja, az számára elfogadható ( $H_0$  hipotézis). Az ennél nagyobb arány esetén ( $H_1$  hipotézis) lemond. Minden negyedév végén 10 hallgatót kérdez meg (közvéleménykutatást tart). Az elnök akkor mond le, ha a tízből legalább 6 diák utálja. Mekkora a próba terjedelme? Várhatóan hány negyedévet fog tevékenykedni az elnök, ha stabilan a diákok 45%-a utálja? (8 pont)

3. Ötös lottón játszunk. Melyik módszerrel nagyobb a telitalálat esélye, ha egy héten játszunk meg két különböző számötöst vagy ha kétszer egymás után ugyanazt? (4 pont)

4. Legyen  $N$  Poisson eloszlású valószínűségi változó.  $X$  jelöli a fejek,  $Y$  az írások számát egy  $N$ -től független szabályos érme dobássorozat első  $N$  számú dobása között. Független-e  $X$  és  $Y$ ? (6 pont)