Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszak 2022.

Az I. rész kérdéseinek mindegyikénél pontosan 1 válasz helyes. A válaszokat írja a kérdések utáni táblázatba!

A szövegben bekarikázott válaszokat nem fogjuk elfogadni!

I. rész (helyes válaszok: +2 pont, helytelen: -1 pont)

1. X_1, X_2, … független, N(3, 2^2) eloszlású valószínűségi változók.

a) Mennyi $X_1 + 3X_2$ - 4 várható értéke?

A: 4	B: -2	C: 6	D: 8	E: 11	F: egyéb

b) Milyen értéket vesz fel X_1 eloszlásfüggvénye a 0 helyen?

A: Φ(1,5)	B: 1-Φ(1,5)	C: 1-Φ(0,75)	D: 0,50	E: Φ(0,75)	F: egyéb

c) Milyen eloszlású (X_1+X_2+ … +X_{10})/10?

A: N(3, 2^2)	B: N(3, 0,4)	C: a 3 konstans	D: N(0,3, 0,4)	E: N(3, 0,04)	F: egyéb

d) Mennyi X_1 és (-3X_1+5) korrelációja?

A: 1	B: -1	C: 36	D: 1-exp(-4)	E: Φ(-3)	F: egyéb

e) Mennyi X_1 - 3X_2 szórásnégyzete?

A: 40	B: 16	C: -8	D: -32	E: 30	F: egyéb

2. Péter ¼ valószínűséggel találja el a céltáblát egy lövésnél. Addig lő amíg el nem találja a céltáblát. A lövései függetlenek egymástól. Várhatóan hányszor kell lőnie?

A: 0,25	B: 1	C: 4	D: 2	E: 3	F: egyéb

3. Péter a valószínűségszámítás vizsgán minden kérdésnél 1/5 valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja a helyes választ, akkor tippel (6 lehetőség közül választhat).

a) 10 kérdéses tesztnél várhatóan hányszor jelöli be a helyes választ?

A: 10/3	B: 11/3	C: 2	D: 5/3	E: 0	F: egyéb

b) Az első kérdésre helyesen válaszolt. Mennyi a valószínűsége, hogy tudta a helyes választ?

A: 1/3	B: 3/5	C: 0	D: 1/5	E: 1/6	F: egyéb

4. Az X valószínűségi változó egyenletes eloszlású a (2,4) intervallumon.

a) Milyen értéket vesz fel eloszlásfüggvénye a 0 helyen?

A: 0	B: 1	C: Φ(0)	D: 0,5	E: Φ(0,5)	F: egyéb

b) Mennyi a P(X=3) valószínűség?

A: 1	B: 0	C: Φ(1)	D: Φ(-1)	E: $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}e^{-3}$	F: egyéb

5. Egy kísérletsorozatnál megfigyeléseink a következők: 3, 2, 2, 1. (a válaszoknál 2 tizedesjegyre kerekítettünk)

a) Mennyi a minta korrigált tapasztalati szórásnégyzete?

A: 0,67	B: 6	C: 4,5	D: 2	E: 0,5	F: egyéb

b) Milyen értéket vesz fel a tapasztalati eloszlásfüggvény az **1,233** helyen?

A: 1	B: 0,75	C: 0	D: 1,4	E: 0,25	F: egyéb

c) Feltételezzük, hogy megfigyeléseink azonos eloszlású Poisson eloszlásúak. Mennyi a Poisson paraméter momentum módszer szerinti becslése?

A: 1	B: 0,25	C: 0	D: 2	E: 0,5	F: egyéb

6. $(X_n, \mathcal{F}_n)$ martingál. Tudjuk, hogy $EX_1 = 3$. Mennyi EX_4?

A: 3	B: 81	C: 27	D: 0	E: nem megállapítható	F: egyéb

7. Jancsi anyukájának nullhipotézise az, hogy fia éjszakánként 8 óra várható értékű exponenciális eloszlású ideig alszik. Az ellenhipotézis az, hogy az exponenciális eloszlás várható értéke 8-nál kisebb. A hipotézisről egyetlen éjszaka alváseredménye alapján akar dönteni. Amennyiben a fia legalább 7 órát alszik, úgy elfogadja a nullhipotézist. Mekkora az elsőfajú hiba valószínűsége?

A: 1-$e^{-7/8}$	B: $e^{-7/8}$	C: $e^{-8/7}$	D: 1-$e^{-8/7}$	E: 1/7	F: egyéb

8. Tudjuk, hogy $P(X=0)=\frac{1}{3}, P(X=4)=\frac{2}{3}$. Mi X karakterisztikus függvénye az 5 helyen?

A: $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}e^{20i}$	B: $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}e^{20i}$	C: $\frac{2}{3}e^{20i}$	D: 0	E: nem értelmezett	F: egyéb

Kérdés	1/a	1/b	1/c	1/d	1/e	2.	3/a	3/b	4/a	4/b	5/a	5/b	5/c	6.	7.	8.
Válasz																

II. rész A következő feladatokat a kiadott lapokon dolgozza ki! Minden lapra írja rá a kódját!

1. Szabályos kockát dobálunk. A dobások egymástól függetlenek. X_i jelölje az i-edik kockadobás eredményét. Mihez konvergál sztochasztikusan $\frac{n}{\frac{1}{X_1}+\dots+\frac{1}{X_n}}$, ha egyáltalán konvergál? (6 pont)

2. Legyen a Z_1 , Z_2 , ... Z_n minta a következő diszkrét eloszlásból: P(Z_i=1)=c, P(Z_i=2)=4c, P(Z_i=3)=1-5c (c az ismeretlen paraméter). Határozzuk meg c maximum likelihood becslését! (8 pont)

3. Adott egy 2-elemű minta X_1, X_2 . Két hipotézisünk van:
   H_0: P(X_i=2)=1/4, P(X_i=3)=1/2, P(X_i=10)=1/4
   H_1: P(X_i=2)=1/4, P(X_i=3)=1/4, P(X_i=10)=1/2
   Határozzuk meg a valószínűséghányados próbát 5 %-os elsőfajú hibavalószínűség mellett! (6 pont)

4. Az X_1, X_2, ... valószínűségi változók függetlenek és
   $$P(X_i = 1) = 0{,}2 \ , P(X_i = -1) = 0{,}8 \, , \mathcal{F}_n = \sigma(X_1, \dots, X_n).$$
   Mutassa meg, hogy $(Y_n, \mathcal{F}_n)$ martingál, ahol $Y_n = 4^{X_1+\dots+X_n}$! (8 pont)

Azonosító: