

## Valószínűségszámítás és statisztika praktikum

1. gyakorlat (2022. szeptember 13.)

### Ismétlő példák

1. Mennyi a valószínűsége, hogy 2 /általában  $n$ / kockadobás maximuma 5?
2. Mennyi a valószínűsége, hogy egy lottóhúzásnál a legnagyobb kihúzott szám  $k$ ?
3. 10 dobozba 78 golyót teszünk. Mennyi a valószínűsége, hogy az első dobozba 9 golyó kerül?
4. Egy kislány "Sali baba" Kinder-figurákat gyűjt. 10 fajta ilyen baba van. Mennyi a valószínűsége, hogy a 20. "Sali babá"-nál lesz meg neki mind a 10 fajta?
5. 41 millió lottószelvényt töltenek ki egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz legalább egy 5-ös találat?
6. Egy célba lövünk addig, míg el nem találjuk. Az első lövésünk 60%-át eséllyel talál, de utána ügyesedünk és, így a másodsorra már 70%, harmadszorra pedig 80% a találati valószínűségünk. Mi a valószínűsége, hogy
  - a) 3 lövésből sem találjuk el a célt?
  - b) a 3. lövéssel találjuk el?
  - c) nem találjuk el, feltéve, hogy az első lövést elhibáztuk?
7. Mennyi a valószínűsége, hogy egy pozitív mammográfiás leletű nő valóban mellrákos? Mit tudunk? A mellrák esélye 0,8%. Egy mellrákos nőnél 80% az esélye annak, hogy a vizsgálat észreveszi a betegséget, a nem betegeknél pedig az esetek 7%-ában jelez tévesen a vizsgálat.
8. "Mennyi a valószínűsége, hogy O.J. Simpson ölte meg a feleségét?" Mit tudunk? A házastársuk-élettársuk által bántalmazottak 1/2500 részét öli meg házastársuk-élettársuk (O.J. Simpson bántalmazta feleségét). 1/20000 annak az esélye, hogy valakit megölnék az USA-ban.
9. Szindbád, az Ezeregyéjszaka meséinek híres hőse,  $N$  háremhölgy közül szeretné kiválasztani a legszebbet, akik egyesével elsétálnak előtte. Szindbád az ún.  $K$ -stratégiával választ közülük: hagyja, hogy  $K$  lány elmenjen (ezek közül semmiképpen nem választ), majd kiválasztja az első olyat, aki minden korábban látottnál szebb. Feltéve, hogy a lányok között szépség szempontjából egyértelmű rendezés van, és egy teljesen véletlen sorrendben jönnek elő, mi a valószínűsége, hogy Szindbád ki tudja választani a legszebbet a  $K$ -stratégiával? Kb. mennyi az optimális  $K$  érték, ha  $N$  nagy?

Korábban tanulták

Poincaré-formula:

$A_1, A_2, \dots, A_n$  események. Ekkor egyesítésük valószínűsége:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} S_k^{(n)},$$

ahol

$$S_k^{(n)} = \sum_{1 < i_1 < \dots < i_k} P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k})$$

---

Bayes-formula:

Tegyük fel, hogy  $P(B) > 0$ ,  $0 < P(A) < 1$ , ekkor

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})}$$

---

Teljes valószínűség tétele:

Tegyük fel, hogy  $A_1, A_2, \dots$  ( $0 < P(A_i)$ ) teljes eseményrendszer, ekkor

$$P(B) = \sum_i P(B|A_i)P(A_i)$$