

## Valószínűségszámítás és statisztika praktikum

2. gyakorlat (2022. szeptember 20.)

### Ismétlő példák

1. Péternek 25, Tamásnak 10 forintja van. Egy érme feldobásánál, ha fej jön ki, akkor Péter nyer 1 forintot, különben Tamás, és ezt addig folytatják, amíg csak egyiküknek marad pénze. Mennyi a valószínűsége, hogy Péter veszi el összes pénzét? Mennyiben módosul ez az eredmény, ha két érmét dobnak fel és, ha két fej jön ki, akkor Péter nyer 1 forintot, különben Tamás, és ezt addig folytatják, amíg csak egyiküknek marad pénze?
2. Legyen  $X$  egy szabálytalan érmével ( $p$  a fej valószínűsége) végzett dobássorozatnál az első, azonosakból álló sorozat hossza,  $Y$  a második sorozaté. Adjuk meg  $X$  és  $Y$  eloszlását! (Ha pl. a dobássorozat FIIF... akkor  $X=1$  és  $Y=2$ .)
3. Kikasztásban egy 50 éves férfi 1%-os valószínűséggel hal meg, egy 51 éves 1,1%-os valószínűséggel. Egy most 50 éves férfi 2 évre szóló életbiztosítást köt. Ha az első évben hal meg, akkor 2 millió kikát fizet a biztosító, ha a másodikban, akkor 1 milliót. Várhatóan mennyit fog fizetni a biztosító?
4. 125 ember 125 esernyőjét elkeverik, várhatóan hány ember megy haza saját esernyőjével?
5. Mennyi a lottón kihúzott számok összegének várható értéke?
6. Két ládában vannak almáink. Az elsőben 15 rohadt és 27 jó, a másodikban 5 rohadt és 52 jó. Az elsőből átteszünk a másodikba 17 almát. Mennyi a valószínűsége, hogy ezután jó almát választunk a második dobozból?
7. Becsüljük meg annak valószínűségét, hogy 1000 érmedobásból legalább 600 fej jön ki (Markov és Csebisev egyenlőtlenséggel).  
Házi feladat: Oldjuk meg a példát annak felhasználásával, hogy  $P(X > 600) = P\left(\left(\frac{3}{2}\right)^X > \left(\frac{3}{2}\right)^{600}\right) !$
8. Mennyi  $X$  és  $Y$  várható értéke az 2. feladatban?

### Mértékelmélet

1. Legyen  $H$  egy félgűrű. Mutassuk meg, hogy  $\emptyset \in H$ !
2. Legyen  $H = \{[a, b): -\infty < a < b < \infty\} \cup \emptyset$ . Mutassuk meg, hogy  $H$  félgűrű!
3. Legyen  $H$   $\sigma$ -algebra. Mutassuk meg, hogy  $A_1, A_2, \dots \in H$  esetén  $\bigcap_i A_i \in H$ !