Valószínűségszámítás zh.

1) Legyenek X, Y független, E(0,1) illetve 3-paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változók. Határozzuk meg $X+Y$ eloszlását! (14 pont)
2) Az alligerongia betegség magyarországi gyakorisága 1 ezrelék. Vérvizsgálat alapján egy alligerong beteg esetében 99 % valószínűséggel mutatják ki a betegséget, egy egészséges ember esetében viszont 5 %-os hibaaránnyal dolgoznak. Mennyi a valószínűsége, hogy egy vérvizsgálat alapján betegnek talált ember alligerong? (8 pont)
3) Várhatóan hányszor kell dobni egy kockával (feltételezzük, hogy a kocka szabályos és a dobások egymástól függetlenek), míg
   (a) minden szám kijön,
   (b) minden páros szám kijön? (10 pont)
4) $\mathcal{F}$ Xrészhalmazainak σ-algebrája. μ mérték $\mathcal{F}$-en. Az A_n halmazokról tudjuk, hogy $\mu(\bigcup_n A_n) < \infty$. Bizonyítsuk be, hogy $\mu(\overline{\lim} A_n) \geq \overline{\lim}\, \mu(A_n)$! (10 pont)
5) $\mathcal{K}$ $\mathbb{N}$ összes részhalmazából áll. μ mérték $\mathcal{K}$-n, melyre

$$\mu(\emptyset) = 0, \mu(\{k\}) = 1, k \in \mathbb{N}.$$

Legyen $A_n = \{n; n+1; n+2; \ldots\}$. Mennyi

$$\mu(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n) \text{ és } \lim_{n\to\infty} \mu(A_n)\text{? (8 pont)}$$